

Fisica Statistica. – A.A. 2013-2014 e precedenti, 18 Novembre 2013

Primo compito

(tempo 3 ore)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1 *Particelle indipendenti con dispersione generica a potenza in impulso e distanza*

Si considerino N particelle, non interagenti in un contenitore sferico di raggio R , con funzione hamiltoniana di singola particella

$$h = A|\mathbf{p}|^s + B|\mathbf{r}|^t.$$

Nel seguito le costanti A , B , s , t sono tutte positive e nel valutare la funzione di partizione si approssimerà l'integrale configurazionale con il suo valore per $R = \infty$. Porremo $C_{n,a} = 4\pi \int_0^\infty x^n \exp[-x^a] dx$, senza porci il problema di quale sia il suo valore numerico per assegnati $n > 0$ e $a > 0$.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica e da questa l'energia libera di Helmholtz.
2. Si calcoli l'energia media a partire dall'energia libera di Helmholtz.
3. Utilizzando il teorema di equipartizione ottenuto nel microcanonico si dia l'energia media nel caso $s = t = 2$ e si controlli se questa coincide con quanto trovato al punto precedente.
4. Si calcoli il valor medio $\langle |\mathbf{r}|^2 \rangle$ per la generica particella e si dica come questa quantità dipenda dalla temperatura.

Esercizio 2: *Relazione tra potenziale chimico e pressione per particelle veloci*

Si considerino N particelle non interagenti in un volume V in regime classico ultrarelativistico; l'hamiltoniana di singola particella è $h = c|\mathbf{p}|$.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica del sistema $Q_N(V, T)$.
2. Sfruttando il risultato del punto precedente si calcoli la funzione di gran partizione $\mathcal{Z}(\mu, V, T)$.
3. Utilizzando il risultato precedente si esprima μ come funzione di P, T .
4. Infine, utilizzando la risposta al punto 1, si calcoli il potenziale chimico μ come funzione di ρ, T , ove com'è solito ρ denota la densità. Dal confronto delle espressioni ottenute al punto 3 e 4 per μ , si ricavi l'equazione di stato $P(\rho, T)$.