Fisica Statistica. – A.A. 2020-2021, 19 dicembre 2020

Primo compito

(*tempo 3 ore*)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1: *Bosoni di spin S=0*

Si considerino dei bosoni non interagenti, di spin $S = 0$ nell'ensemble grancanonico con condizioni al contorno periodiche all'interno di un contenitore cubico. Le energie di singola particella sono

$$\epsilon(|\mathbf{p}|, n) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + n\Delta, \tag{1}$$

con $n = 0, 1$, $\Delta > 0$ e $\mathbf{p}$ l'autovalore dell'impulso.

1. Si determini il valore massimo che la fugacità z può assumere, affinché esista la funzione di Gran Partizione $Z(z, V, T, \Delta)$.
2. Si calcoli la funzione di Gran Partizione $Z(z, V, T, \Delta)$, utilizzando quanto appreso per il caso di energia di singola particella
$$\epsilon(|\mathbf{p}|) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}. \tag{2}$$
3. Si calcoli la densità media $\rho = \langle N \rangle / V$.
4. Si dia la condizione che determina a fissata ρ la temperatura critica T_c al di sotto della quale c'e' condensazione nel caso (1). Se T_c^* è la temperatura critica nel caso (2), si dica se T_c/T_c^* sia maggiore, minore o uguale a 1.

Esercizio 2: *Elettroni in eterostrutture in 2 dimensioni*

In certi semiconduttori gli elettroni sono confinati a muoversi in 2 dimensioni ed hanno inerzia diversa lungo x e lungo y. Le energie di singola particella per elettroni non interagenti sono quindi

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \frac{{p_x}^2}{2m_1} + \frac{{p_y}^2}{2m_2}. \tag{3}$$

Evidentemente l'energia di singola particella è una funzione crescente sia di $|p_x|$ che di $|p_y|$. Considereremo condizioni al contorno periodiche ed un contenitore quadrato.

1. Si diano i valori ammessi di p_x e p_y.
2. Si dia l'equazione che fissa le curve ad energia costante nel piano (p_x, p_y).
3. Occupando gli stati di singola particella per energie crescenti si ottenga la massima energia di singola particella occupata per N elettroni sull'area $A = L^2$, nel realizzare lo stato fondamentale del sistema.
4. Si calcoli l'energia di stato fondamentale.