

Fisica Statistica. – A.A. 2016-2017, 17 Novembre 2016

Primo compito

(tempo 3 ore)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1 *Particelle classiche relativistiche nell'Ensemble MicroCanonico*

Si considerino N particelle, indistinguibili e non interagenti, in un volume V ; l'hamiltoniana è somma delle hamiltoniane di singola particella. L'hamiltoniana di singola particella è $h = c|\mathbf{p}|$.

1. Si calcoli il volume $\Sigma(N, V, E)$ nello spazio delle fasi e da questa si ottenga $S(N, V, E)$.
2. Utilizzando il risultato del punto precedente si ottenga la temperatura $T(N, V, E)$. La si usi per ottenere l'energia $E(N, T)$ e sostituendo questa in $S(N, V, E)$ si ricavi $S(N, V, T)$.
3. Si ottenga il potenziale chimico $\mu(T, \rho)$, ove come al solito $\rho = N/V$.
4. Si ottenga la pressione $P(T, \rho)$.

NOTE:

- Il dominio D nello spazio degli impulsi definito da $\sum_{i=1}^N c|\mathbf{p}_i| \leq E$ vale $(8\pi)^N (E/c)^{3N} / (3N)!$.
- Se conveniente si usi $hc/K_B T \equiv l$. l è una lunghezza caratteristica che in questo problema ha il ruolo della lunghezza d'onda termica nel gas ideale di particelle non relativistiche.

Esercizio 1 *Particelle in campo esterno nell'Ensemble Canonico*

Si considerino N particelle di massa m , indistinguibili e non interagenti, che si muovono tra due contenitori cilindrici coassiali con raggi a ed R , $R \gg a$ ed altezza L). Le particelle intrappolate tra i due cilindri sono soggette ad un campo di energia potenziale $U(s) = U_0 \log(s/a)$, ove s è la distanza dall'asse del cilindro, che coincide con l'asse z di un sistema di assi cartesiani.

1. Si calcoli l'energia libera di Helmholtz A .
2. Si calcoli la distanza media delle particelle dall'asse z , ovvero $\langle s_1 \rangle$.
3. Si ottengano espressioni per $\langle s_1 \rangle$, quando (i) $\epsilon = U_0/K_B T \gg 1$ and (ii) $\epsilon = U_0/K_B T \ll 1$; in entrambi i casi si ricordi ed usi che $R \gg a$.
4. Si calcoli la pressione esercitata sulla parete laterale del cilindro esterno, considerando la variazione del volume $V = \pi(R^2 - a^2)L$, ottenuta variando il raggio esterno R .

NOTE:

- Si suggerisce di definire il parametro $\epsilon = U_0/K_B T$, che misura l'importanza dell'interazione con il campo esterno.