Fisica Statistica. – A.A. 2011-2012, 17 Novembre 2011

Primo compito

(*tempo 3 ore*)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1 *Relazione tra potenziale chimico e pressione*

Si considerino N particelle non interagenti in un volume V. Le particelle si muovono in un mezzo e l'inerzia delle particelle è anisotropa. L'hamiltoniana di singola particella è

$$h(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2}{2m_x} + \frac{p_y^2}{2m_y} + \frac{p_z^2}{2m_z}.$$

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica del sistema $Q_N(V, T)$.
2. Sfruttando il risultato del punto precedente si calcoli la funzione di gran partizione $\mathcal{Z}(\mu, V, T)$.
3. Utilizzando il risultato precedente si esprima μ prima come funzione di $\mathcal{Z}, V, T$ e quindi come funzione di P, T.
4. Utilizzando la risposta al punto 1, si calcoli l'energia libera di Helmoltz e da questa il potenziale chimico μ come funzione di ρ, T, ove com'è solito ρ denota la densità. Dal confronto delle espressioni ottenute al punto 3 e 4 per μ, si ricavi l'equazione di stato $P(\rho, T)$.

Esercizio 2 *Particelle cariche in campo elettrico*

Si consideri N particelle con carica $q > 0$, in un contenitore cubico con gli spigoli lungo gli assi cartesiani del sistema di riferimento, messo tra due piani infiniti uniformemente carichi ortogonali all'asse x; i piani sono posizionati lungo x a $-d$ e d ed hanno densità superficiale di carica rispettivamente pari a $-\sigma q$ e σq. Gli spigoli del contenitore, sono L_x, L_y, L_z. Le particelle subiscono l'azione del campo elettrico prodotto dai piani carichi ma non iteragiscono tra di loro.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica di questo sistema e da questa si ricavi l'energia libera di Helmoltz A. Si consiglia di porre: $l = K_B T/(4\pi q^2 \sigma)$ e $\lambda^2 = h^2/(2\pi m K_B T)$.
2. Si calcoli la pressione considerando la variazione di volume $V = L_x L_y L_z \rightarrow L_x L_y (L_z + \delta L_z) = V + \delta V$.
3. Si calcoli la pressione considerando la variazione di volume $V = L_x L_y L_z \rightarrow (L_x + \delta L_x) L_y L_z = V + \delta V$.
4. Si calcoli il profilo di densità $\rho(x) = N\langle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \rangle$. Si provi ad esprimere le pressioni trovate ai punti 2 e 3 sopra in termini di $\rho(x)$: a quali posizione va valuta, in ciascun caso, $\rho(x)$ se la pressione deve avere la forma valida per il gas ideale?