Fisica Statistica. – A.A. 2015-2016, 13 Novembre 2015

Primo compitino

(*tempo 3 ore*)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1 *Particelle classiche con dispersione lineare dell'energia cinetica*

Si considerino N particelle non interagenti in un volume V; l'hamiltoniana è somma delle hamiltoniane di singola particella. L'hamiltoniana di singola particella è $\mathrm{h} = c|\mathbf{p}|$.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica del sistema $Q_N(V, T)$.
2. Sfruttando il risultato del punto precedente si calcoli la funzione di gran partizione $\mathcal{Z}(\mu, V, T)$.
3. Utilizzando il risultato precedente si esprima μ come funzione di P, T.
4. Infine, utilizzando la risposta al punto 1, si calcoli il potenziale chimico μ come funzione di ρ, T, ove com'è solito ρ denota la densità. Dal confronto delle espressioni ottenute al punto 3 e 4 per μ, si ricavi l'equazione di stato $P(\rho, T)$.

Esercizio 1 *Particelle con dipolo elettrico in campo esterno*

Si considerino N particelle classiche di massa m, non interagenti, dotate di momento di dipolo elettrico $\mathbf{d}$ che si muovano all'interno di un contenitore cubico di volume V e sotto l'azione di un campo elettrico $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{z}}$. Lo spazio delle fasi della particella i-esima è costituito, con ovvia notazione, da $(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}_i, \cos\gamma_i)$. Evidentemente $\mathbf{d}_i \cdot \mathbf{E} = dE\cos\gamma_i$ e $-1 \leq \cos\gamma_i \leq 1$.
SI NOTI che l'angolo polare γ_i non ha nessuna relazione con l'angolo polare che può essere introdotto ove si voglia scrivere il vettore $\mathbf{r}_i$ in coordinate sferiche!

1. Si scriva l'hamiltoniana di singola particella.
2. Si calcoli la funzione di partizione canonica di questo sistema e da questa si ricavi l'energia libera di Helmoltz A.
3. Si calcoli la densità di polarizzazione media $P = \langle \sum_i \mathbf{d}_i \cdot \hat{\mathbf{z}} \rangle / V$, esplicitamente in termini di N, V, d, T, E..
4. Si calcoli la polarizzabilità lineare

$$\alpha = \left. \frac{\partial P}{\partial E} \right|_{E=0}$$

.