Fisica Statistica. – A.A. 2009-2010, 5 Novembre 2009

Primo compito

(*tempo 3 ore*)

Si risolvano i due esercizi che seguono. **NOTA BENE:**

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1 *Particelle noninteragenti in un campo gravitazionale*

Si consideri N particelle non interagenti in un contenitore di volume V, con base di area A_b ed altezza L_z sotto l'azione del potenziale gravitazionale mgz.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica di questo sistema e da questa si ricavi l'energia libera di Helmoltz A. Si consiglia di porre: $l = K_BT/(mg)$ e $\lambda^2 = h^2/(2\pi m K_B T)$.
2. Si calcoli la pressione considerando la variazione di volume $V = A_b L_z \rightarrow A_b(L_z + \delta L_z) = V + \delta V$.
3. Si calcoli il potenziale chimico.
4. Si calcoli il profilo di densità $\rho(z) = N\langle\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)\rangle$. Si provi ad esprimere pressione e potenziale chimico utilizzando $\rho(z)$: in μ e P appaiono le densità valutate a quali quote in z?

Esercizio 2 *Teoria delle perturbazioni al I ordine*

Si consideri un sistema classico con hamiltoniana $H = H_0 + \lambda H_1$. Considereremo λ *piccolo*, o meglio il limite nel quale $\lambda \to 0$. Nel seguito la forma esplicita di H_0 ed H_1 non è rilevante. Denoteremo la media della quantità X sul sistema imperturbato (cioè a $\lambda = 0$) con $\langle X \rangle_0$.

1. Si calcoli la funzione di partizione canonica al primo ordine in λ in termini di quella imperturbata $Q_{N,0}$ e di $\langle H_1 \rangle_0$.
2. Si calcoli l'energia libera di Helmoltz al primo ordine in λ in termini di quella imperturbata A_0 e di $\langle H_1 \rangle_0$.
3. Si calcoli l'energia interna al primo ordine in λ, facendo attenzione al fatto che $\langle H_1 \rangle_0$ dipende dalla temperatura.
4. Si calcoli l'entropia al primo ordine in λ.