Cenni di RELIABILITY

Definizioni

- Probabilitá R che un sistema non si guasti per un tempo T
- Sistema = dispositivo Hardware (es. CPU) o Software.

Definizioni

- Probabilitá R che un sistema non si guasti per un tempo T
- Sistema = dispositivo Hardware (es. CPU) o Software.

Sia t_{guasto} l'istante nel quale si verifica un guasto (é una VA), é data da:
$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\}$.

Definizioni

- Probabilitá R che un sistema non si guasti per un tempo T
- Sistema = dispositivo Hardware (es. CPU) o Software.

Sia t_{guasto} l'istante nel quale si verifica un guasto (é una VA), é data da:

$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\}$.

Ipotesi di distribuzione esponenziale degli interarrivi dei guasti. Ció porta ad una sequenza Poissoniana dei guasti.

$Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\} = \int_0^T f(\xi)d\xi = \int_0^T \lambda e^{-\lambda\xi} = -e^{-\lambda\xi}|_0^T = 1 - e^{-\lambda T}$

Definizioni

- Probabilitá R che un sistema non si guasti per un tempo T
- Sistema = dispositivo Hardware (es. CPU) o Software.

Sia t_{guasto} l'istante nel quale si verifica un guasto (é una VA), é data da:

$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\}$.

Ipotesi di distribuzione esponenziale degli interarrivi dei guasti. Ció porta ad una sequenza Poissoniana dei guasti.

$Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\} = \int_0^T f(\xi)d\xi = \int_0^T \lambda e^{-\lambda\xi} = -e^{-\lambda\xi}|_0^T = 1 - e^{-\lambda T}$

Dunque:

$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\} = e^{-\lambda T}$

Definizioni

- Probabilitá R che un sistema non si guasti per un tempo T
- Sistema = dispositivo Hardware (es. CPU) o Software.

Sia t_{guasto} l'istante nel quale si verifica un guasto (é una VA), é data da:
$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\}$.
Ipotesi di distribuzione esponenziale degli interarrivi dei guasti. Ció porta ad una sequenza Poissoniana dei guasti.
$Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\} = \int_0^T f(\xi)d\xi = \int_0^T \lambda e^{-\lambda\xi} = -e^{-\lambda\xi}|_0^T = 1 - e^{-\lambda T}$
Dunque:
$R = Prob\{t_{\text{guasto}} > T\} = 1 - Prob\{t_{\text{guasto}} \leq T\} = e^{-\lambda T}$
Cos'é λ ? Come sappiamo dagli arrivi esponenziali é la frequenza degli arrivi, cioé il numero di guasti al secondo.

Definizioni

L'inverso di λ é dunque il tempo medio tra due guasti, chiamato anche il 'Mean Time Betweeen Failures' o MTBF. Ovviamente i sistemi devono avere la massima MTBF possibile. La **Reliability** nel tempo T é dunque: $R = e^{-\frac{T}{MTBF}}$

Recupero dal guasto. Il tempo medio del recupero é il Mean Time To Recover o MTTR, il cui inverso é la frequenza dei recovery, cioé il numero dei recovery al secondo.

Esempio. Se MTBF é di 10000 ore, qual'é la probabilitá che il sistema non si guasti per almeno due mesi?

Un mese ha 720 ore, quindi due mesi ha 1440 ore. Dunque $R = e^{-\frac{T}{MTBF}} = e^{-1440/10000} = 0.87$. Se MTBF=1000 ore, cioé diminuisce di un ordine di grandezza, R crolla a circa 0.24.

Sistemi in parallelo

Esempio: sistema multiprocessore.
Qual'é la MTBF del sistema parallelo? Diminuisce di un fattore N:
$\text{MTBF}_{\text{parallelo}} = \text{MTBF}_{\text{singolo}}/N$ e cosí la reliability crolla.
Soluzione: RIDONDANZA delle informazioni.
Supponiamo che il sistema parallelo riesca a resistere ad UN guasto mediante ridondanza.
Se ci sono solo guasti separati, MTBF tende ad infinito.
Se c'é un SECONDO guasto prima che sia riparato il primo, MTBF tende a $\text{MTBF}_{\text{parallelo}}$.

Sistemi in parallelo

Esempio: sistema multiprocessore.

In generale, piú la probabilita' di avere un secondo guasto diminuisce, piú la MTBF aumenta. Quindi:

$\mathrm{MTBF}_{\mathrm{ridondato}} = \frac{\mathrm{MTBF}_{\mathrm{parallelo}}}{Prob\{2^o \text{ guasto avvenga prima che sia riparato il primo}\}}$

$Prob\{2^o$ guasto avvenga prima che sia riparato il$1^o\} = Prob\{t_{\mathrm{guasto}} \leq MTTR\} = 1 - e^{-\lambda MTTR}$

dove $1/\lambda$ é il tempo medio fra guasti del sistema parallelo mentre un dispositivo é guasto. Dunque $1/\lambda = \mathrm{MTBF}_{\mathrm{singolo}}/(N-1)$.

Sistemi in parallelo

In definitiva:

$Prob\{2^o \text{guasto ci sia prima che sia riparato il} 1^o\} = 1 - e^{-\frac{(N-1)MTTR}{MTBF_{\text{singolo}}}}$

e quindi

$$\text{MTBF}_{\text{ridondato}} = \frac{\text{MTBF}_{\text{parallelo}}}{Prob\{2^o \text{ guasto avvenga prima che sia riparato il primo}\}} =$$

$$= \frac{\text{MTBF}_{\text{singolo}}}{N \cdot Prob\{2^o \text{ guasto avvenga prima che sia riparato il primo}\}} =$$

$$= \frac{\text{MTBF}_{\text{singolo}}}{N \cdot (1 - e^{-\frac{(N-1)MTTR}{MTBF_{\text{singolo}}}})}$$

Con l'approssimazione $e^{-\frac{(N-1)MTTR}{MTBF_{\text{singolo}}}} \approx 1 - \frac{(N-1)MTTR}{MTBF_{\text{singolo}}}$ (Taylor) si ottiene:

$$\text{MTBF}_{\text{ridondato}} = \frac{\text{MTBF}_{\text{singolo}}}{N\frac{(N-1)MTTR}{MTBF_{\text{singolo}}}} = \frac{\text{MTBF}^2_{\text{singolo}}}{N(N-1)MTTR}$$

Esempio Se $MTBF_{\text{singolo}} = 10000$ ore, N=10 e MTTR=100 ore,

$\rightarrow R_{2mesi} = 0.24$ se non ridondato. Se ridondato su un guasto:

$MTBF = 10^8/(10 \cdot 9 \cdot 100) \approx 11111.$

$\rightarrow R_{2mesi} = e^{-\frac{T}{MTBF}} = e^{-\frac{1440}{11111}} \approx 0.87.$