Previsioni

Previsioni: modelli avanzati

12/10/00 8.28

Monitoraggio degli errori (signal tracking)

- Si livella esponenzialmente l'errore e il valore assoluto dell'errore:

$$E_t = (1 - \beta)\, E_{t-1} + \beta e_t \qquad M_t = (1 - \beta)\, M_{t-1} + \beta\, |e_t| \qquad \beta = 0.1$$

- si calcola il rapporto:

$$T_t = |\, E_t \,/\, M_t \,|$$

- T_t deve rimanere basso (< 0.51), altrimenti il modello sta assumendo un comportamento deviato.

Si noti che $E\{E_t\}=0$ e che M_t è il livellamento esponenziale del *MAD* e quindi di σ/1.25

Metodo adattativo di Trigg e Leach

- Si calcola $\alpha_t = T_t$
- si esegue la previsione

$$F_t = (1-\alpha_{t-1})F_{t-1} + \alpha_{t-1} D_{t-1}$$

l'idea di questo metodo è di rendere le previsioni più sensibili ai soli dati recenti quando il modello inizia a deviare (può presentare problemi di stabilità).

Metodo di Box - Jenkins

- Metodologia che generalizza i metodi precedenti;
- consiste di tre passi:
  - selezione modello (AR, MA, ARMA, ARIMA),
  - stima parametri modello,
  - verifica modello;
- massima capacità predittiva, richiede calcoli di una certa complessità, esistono sw appositi.

Modelli *AR(p)* e *MA(q)*

Si ponga $\Delta_t = D_t - \mu$, esistono due modelli fondamentali per serie stazionarie senza stagionalità:

- autoregressivo di ordine p (*AR(p)*):

$$\Delta_{t+1} = \phi_t \Delta_t + \phi_{t-1}\Delta_{t-1} + \ldots + \phi_{t-p+1}\Delta_{t-p+1} + \varepsilon_{t+1}$$

- a media mobile* di ordine q (*MA(q)*):

$$\Delta_{t+1} = \varepsilon_{t+1} - \theta_t \varepsilon_t - \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_{t-q+1}\varepsilon_{t-q+1}$$

* si noti il significato completamente diverso del caso precedente di media mobile

Modello *ARMA(p,q)*

combinando i due modelli si ottiene il modello

- autoregressivo a media mobile (*ARMA(p,q)*):

$$\Delta_{t+1} = \phi_t \Delta_t + \phi_{t-1}\Delta_{t-1} + \ldots + \phi_{t-p+1}\Delta_{t-p+1} +$$

$$+ \varepsilon_{t+1} - \theta_t \varepsilon_t - \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_{t-q+1}\varepsilon_{t-q+1}$$

Modello *ARIMA(p,d,q)*

Se Δ_t non è stazionario può esserlo il differenziale finito di ordine 1 o ordine 2, ….

$$\zeta_{t+1} = \Delta_{t+1} - \Delta_t$$
$$\psi_{t+1} = \zeta_{t+1} - \zeta_t$$

…….……

per cui il modello (*ARIMA(p,1,q)*) è:

$$\zeta_{t+1} = \phi_t \zeta_t + \phi_{t-1}\zeta_{t-1} + \ldots + \phi_{t-p+1}\zeta_{t-p+1} +$$

$$+ \varepsilon_{t+1} - \theta_t \varepsilon_t - \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_{t-q+1}\varepsilon_{t-q+1}$$

Selezione modello

- si decide il valore di d attraverso analisi grafica o test statistici di stazionarietà, in genere d non si sceglie maggiore di 2, anche per problemi di stabilità numerica;
- si determinano p e q, determinando quindi i modelli *AR(p)* e *MA(q)* che meglio si adattano alla serie osservata. I valori di p e q vengono determinati valutando la significatività statistica delle correlazioni tra i dati;
- si sceglie il modello *ARMA(p,q)*. E' difficile identificare i valori ottimi di p e q, quando sono entrambi differenti da zero, ma i valori determinati al punto precedente possono essere indicativi. Comunque, per fenomeni socio-economici in generale p, $q \leq 2$. La scelta può essere fatta a posteriori.

Stima parametri

Parametri stimati attraverso i minimi quadrati,

problema non banale a causa della non osservabilità dei valori ε_t

Verifica modello

Gli errori tra i valori osservati e quelli previsti dovrebbero presentarsi come un rumore bianco, quindi i test che si eseguono sono:

- i valori di autocorrelazione tra gli errori non sono significativamente maggiori di zero;
- i valori di autocorrelazione degli errori non presenta *pattern* specifici;
- i valori di autocorrelazione degli errori passa uno specifico test del χ^2 (portmanteau test);
- il processo degli errori non presenta *pattern* specifici;
- gli errori non sono significativamente maggiori di zero.

Altre metodologie

- analisi spettrale (trasformate di Fourier)

  consigliabile per ricercare stagionalità quando si suppone che esistano, ma non si conosce l'esatto valore del periodo

- filtro di Kalman e derivati

Commento

I processi economici (diversamente da quelli elettrici / meccanici / ...) sono soggetti a tali stocasticità che metodi di previsione complessi non conducono comunque ad errori significativamente minori di quelli delle metodologie più elementari.

Ad esempio il valore del periodo di una stagione dovrebbe essere derivato da giustificazioni economiche dovute ad un'approfondita conoscenza dei fenomeni di interesse, l'analisi spettrale dovrebbe servire al più a verificare rigorosamente le ipotesi.