
Previsioni

Previsioni: trend e stagionalità

07/11/2003 16.51

Indice

- serie con trend/tendenza
- serie con stagionalità

Serie con trend

- Regressione lineare
- Metodo di Holt (doppio smorzamento esponenziale)

Metodo di Holt

Attraverso il livellamento esponenziale calcola al tempo t :

- intercetta S_t ,
- pendenza (trend) G_t .

$$S_t = (1 - \alpha) (S_{t-1} + G_{t-1}) + \alpha D_t$$

$$G_t = (1 - \beta) G_{t-1} + \beta (S_t - S_{t-1})$$

$$\beta \leq \alpha$$

quindi si esegue la previsione per il tempo $t+1$

$$F_{t+1} = S_t + G_t$$

Commenti

In t

- nella prima equazione si corregge il valore previsto dell'intercetta

$$S_{t-1} + G_{t-1} = \text{intercetta}_{t-1} + \text{incremento previsto}$$

con il valore realizzatosi (D_t);

- nella seconda equazione si corregge il valore previsto del trend

$$G_t = \text{trend previsto}$$

con la nuova stima ($S_t - S_{t-1}$);

Commenti

- in generale la previsione a n passi noti in dati in $t-1$ è

$$F_{t,t+n} = S_t + n G_t$$

previsione tanto più inaffidabile, tanto più grande è n ;

- **inizializzazione:** a partire da un insieme iniziale di dati si determinano S_0 e G_0 attraverso regressione lineare.

Commenti

- **vantaggi Holt**

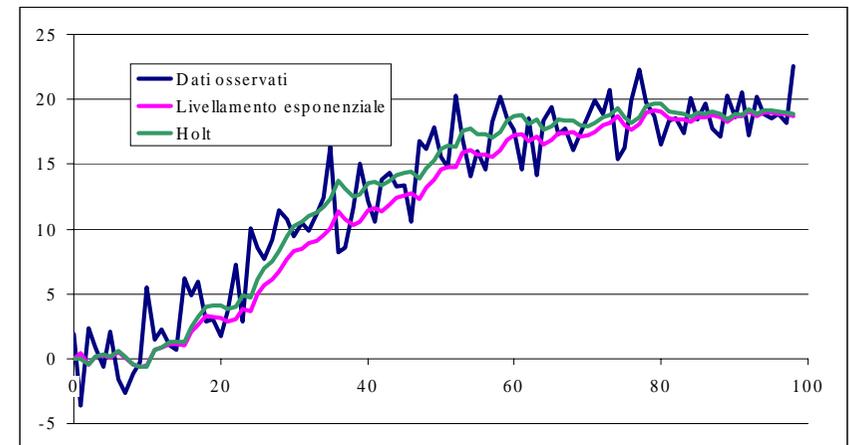
- facile da usare, molto diffusa,
- si devono ricordare solo i dati del periodo precedente;

- **vantaggi/svantaggi regressione**

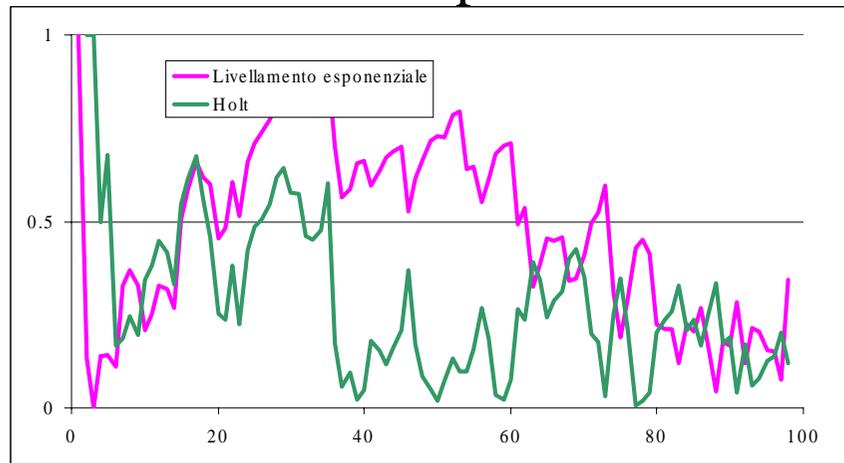
- semplice comprensione, molto software capace di gestirla,
- problemi con l'aggiornamento dei dati,
- si devono ricordare tutti i dati.

Esempio

$\alpha = 0.2, \beta = 0.1$



Esempio

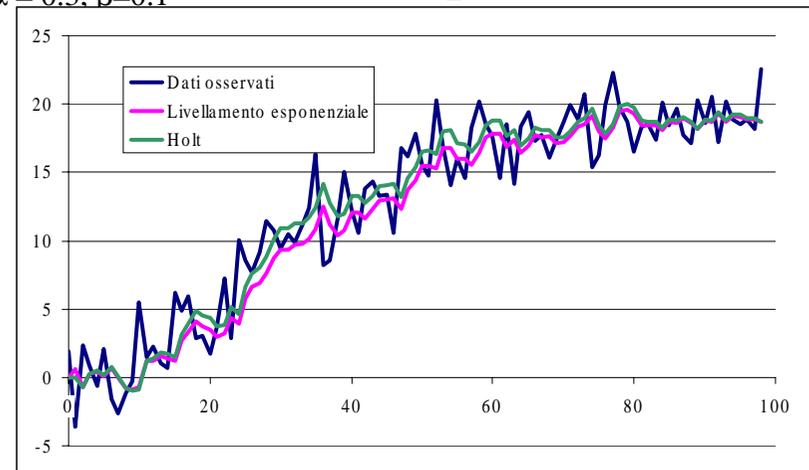


Tracking error $\beta_{err}=0.1$

Raffaele Pesenti

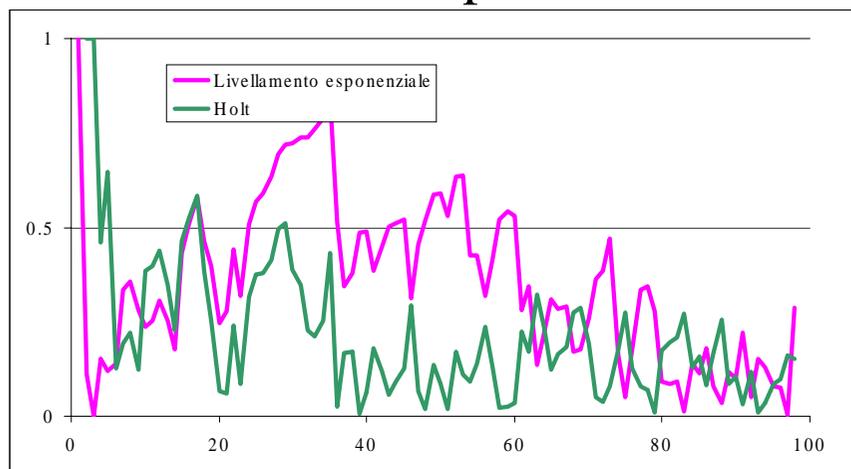
Esempio

$\alpha = 0.3, \beta=0.1$



Raffaele Pesenti

Esempio

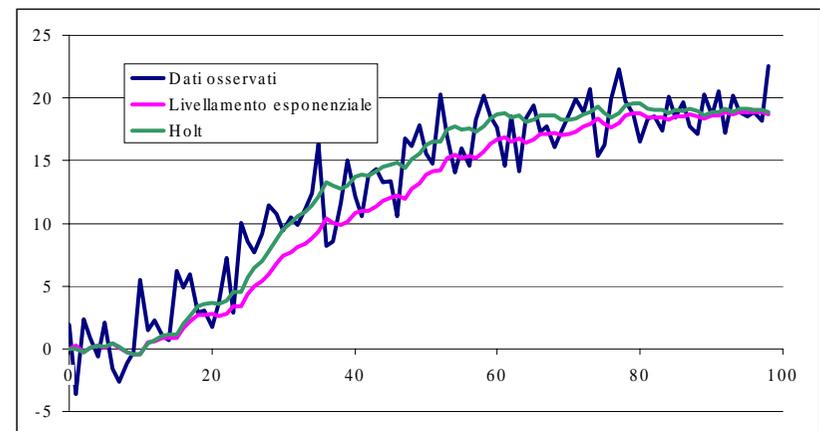


Tracking error $\beta_{err}=0.1$

Raffaele Pesenti

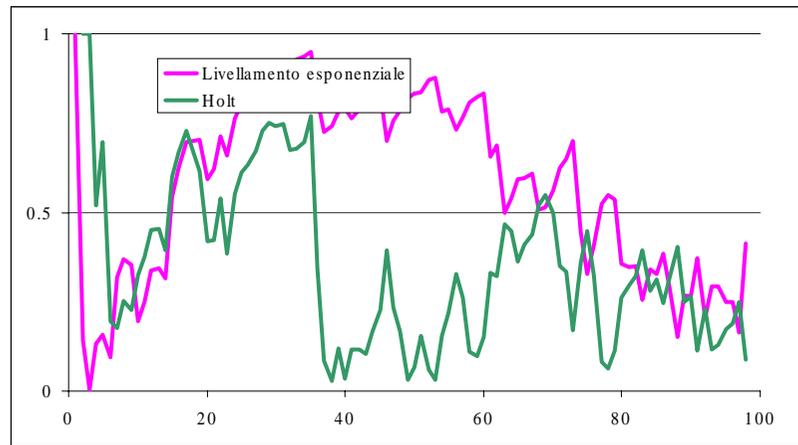
Esempio

$\alpha = 0.15, \beta=0.1$



Raffaele Pesenti

Esempio

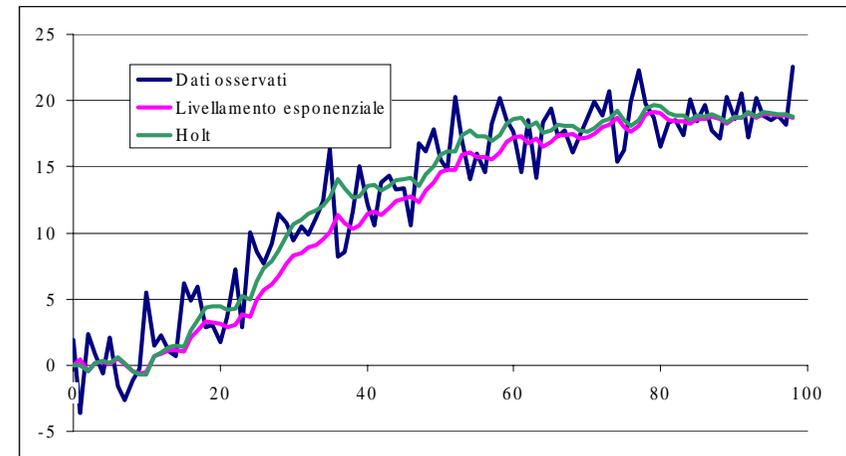


Tracking error $\beta_{err}=0.1$

Raffaele Pesenti

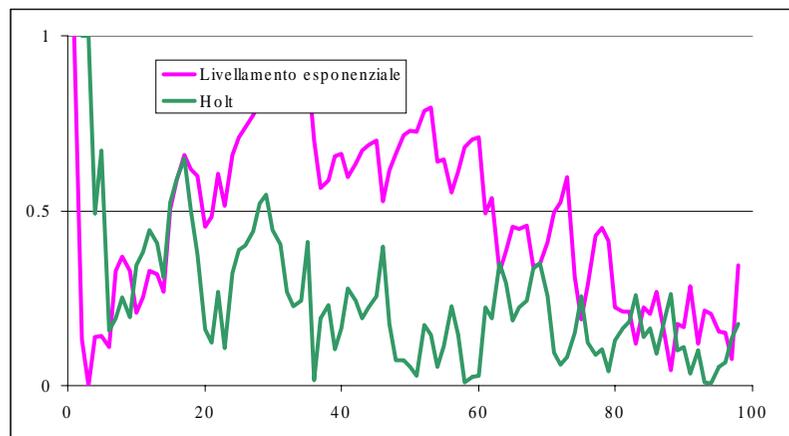
Esempio

$\alpha = 0.2, \beta=0.15$



Raffaele Pesenti

Esempio



Tracking error $\beta_{err}=0.1$

Raffaele Pesenti

Serie con stagionalità

- medie mobili
- metodo di Winter
(triplo livellamento esponenziale)

Raffaele Pesenti

Fattori stagionali

Si assume

- di conoscere la lunghezza N delle stagioni;
- che esista una serie temporale di base H_t che non risente della stagionalità e che i suoi valori attesi vengano poi esaltati o sminuiti da dei fattori c_t di media 1 e che si ripetono con periodo N tali che:

$$E\{D_t\} = c_t E\{H_t\},$$

$$\text{con } c_{t+N} = c_t \quad \text{e} \quad c_0 + c_1 + \dots + c_{N-1} = N.$$

Raffaele Pesenti

Fattori stagionali

Se H_t perfettamente stazionario di media μ_H

$$\begin{aligned} E\{D_0 + D_1 + \dots + D_{N-1}\} &= E\{c_0 H_0 + c_1 H_1 + \dots + c_{N-1} H_{N-1}\} = \\ &= c_0 E\{H_0\} + c_1 E\{H_1\} + \dots + c_{N-1} E\{H_{N-1}\} = N \mu_H \end{aligned}$$

da cui il generico fattore stagionale risulta essere

$$c_t = E\{D_{t+kN}\} / (E\{D_0 + D_1 + \dots + D_{N-1}\} / N)$$

dove $E\{D_{t+kN}\}$ è la media dei valori degli istanti $t, t+N, t+2N, \dots$

Raffaele Pesenti

Media mobile

Si conoscono i dati per K periodi iniziali.

Algoritmo:

- si stimano i fattori stagionali;
- si destagionalizza la serie osservata;
- si fanno previsioni sulla serie destagionalizzata;
- si stagionalizzano le previsioni.

Raffaele Pesenti

Stima fattori stagionali

Per valori nelle K stagioni note

- per ogni istante t si stima la domanda media nella stagione centrata in t con una $MA(N,t)$ centrata in t

per N dispari:

$$MA(N,t) = (D_{t-(N-1)/2} + D_{t-(N-3)/2} + \dots + D_t + \dots + D_{t+(N-3)/2} + D_{t+(N-1)/2}) / N$$

per N pari:

$$MA(N,t) = (0.5D_{t-N/2} + D_{t-(N-2)/2} + \dots + D_t + \dots + D_{t+(N-2)/2} + 0.5D_{t+N/2}) / N$$

- una prima stima di c_t è $D_t / MA(N,t)$
- si stima c_t come media dei valori $D_t / MA(N,t)$ corrispondenti nelle stagioni note

Raffaele Pesenti

Stima destagionalizzata

Una volta stimati i fattori stagionali c_t

- si destagionalizzano i dati osservati passando da D_t a $H_t = D_t/c_t$
- si esegue una previsione F^H_{t+1} per la serie destagionalizzata, tipicamente a media mobile con N uguale alla lunghezza della stagione al fine di riutilizzare i dati già in possesso,

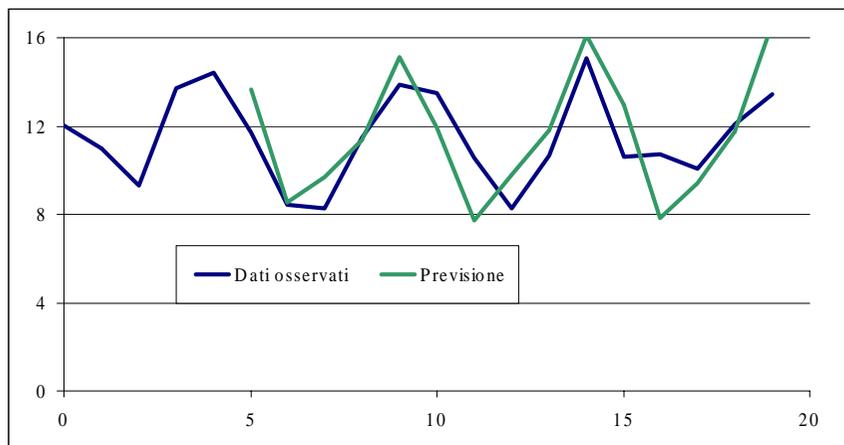
- si ristagionalizza la previsione:

$$F_{t+1} = c_{t+1} F^H_{t+1}$$

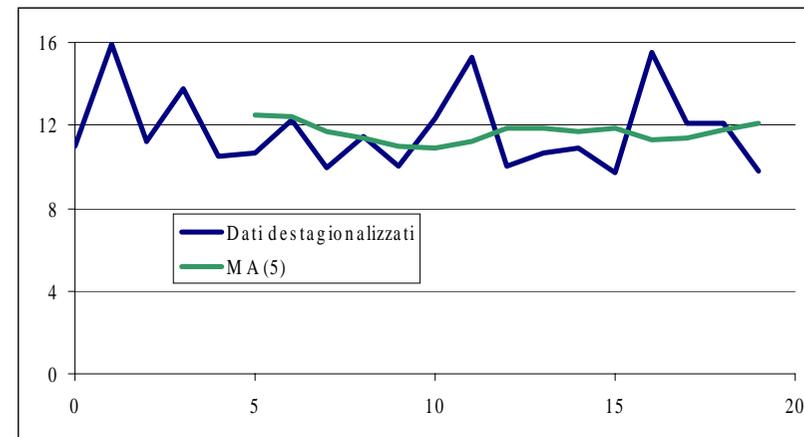
Esempio

	Dt	M(5,t)	Dt/M(5,t)		
mar	12.34				
mer	8.21				
gio	9.34	11.12	0.84		
ven	11.27	11.25	1.00		
sab	14.43	11.56	1.25		
mar	13.01	11.43	1.14		ct
mer	9.76	11.41	0.86	mar	1.10
gio	8.68	11.81	0.74	mer	0.69
ven	11.16	11.60	0.96	gio	0.83
sab	16.42	10.89	1.51	ven	1.00
mar	12.00	11.20	1.07	sab	1.38
mer	6.19	11.25	0.55		
gio	10.21	11.09	0.92		
ven	11.43	11.10	1.03		
sab	15.64	11.36	1.38		
mar	12.01	11.17	1.08		
mer	7.51	11.29	0.67		
gio	9.23	11.06	0.83		
ven	12.06				
sab	14.47				

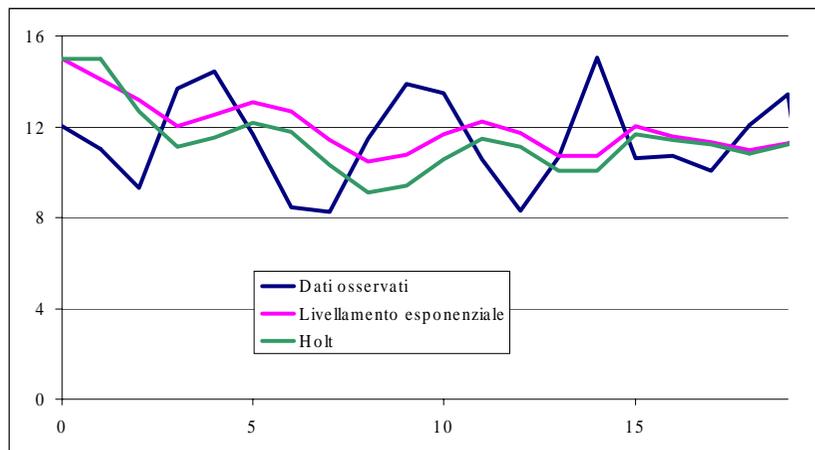
Esempio



Esempio



Esempio



Raffaele Pesenti

Metodo di Winter

Il processo da prevedere si ipotizza che assuma valori

$$E\{D_t\} = (\mu + G)c_t$$

dove, escludendo la stagionalità c_t , μ è l'intercetta e G il trend.

Raffaele Pesenti

Metodo di Winter

Attraverso il livellamento esponenziale calcola al tempo t le stime di:

- intercetta destagionalizzata S_t ,
$$S_t = (1 - \alpha)(S_{t-1} + G_{t-1}) + \alpha(D_t / c_{t-N})$$
- pendenza (trend) G_t ,
$$G_t = (1 - \beta) G_{t-1} + \beta(S_t - S_{t-1})$$
- fattore stagionale c_t ,
$$c_t = (1 - \gamma) c_{t-N} + \gamma(S_t / D_t)$$

$$\gamma \leq \beta \leq \alpha$$

quindi si esegue la previsione per il tempo $t+1$

$$F_{t+1} = (S_t + G_t) c_{t+1-N}$$

Raffaele Pesenti

Commenti

- in generale la previsione a n passi noti in dati in $t-1$ è

$$F_{t,t+n} = (S_t + n G_t) c_{t+n-N}$$

previsione tanto più inaffidabile, tanto più grande è n ;

- inizializzazione: a partire da un insieme iniziale di dati derivanti da K stagioni si determinano S_0 e G_0 attraverso regressione lineare, si stimano i valori dei fattori stagionali come per le medie mobili o mediando e normalizzando il rapporto tra i valori osservati D_t e i valori corrispondenti della regressione lineare.

Raffaele Pesenti

Commenti

- **vantaggi Winter**
 - si devono ricordare solo i dati del periodo precedente;
- **vantaggi media mobile**
 - semplice comprensione, molto software capace di gestirla,
 - ma si devono ricordare tutti i dati.