Università degli Studi di Trieste
Facoltà di Ingegneria

Prova Scritta di Ricerca Operativa I

Martedì 16 dicembre 2008
A.A. 2008/2009

COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:

Esercizio 1 (20 punti)

Si consideri il problema di *PL* di seguito riportato e lo si identifichi con P_1:

$$\begin{aligned}
&\min \quad (z = 2x_1 - x_2 + x_3) \\
&s.t. \\
&\quad 3x_1 + x_2 + x_3 \le 60 \\
&\quad x_1 - x_2 + 2x_3 \le 20 \\
&\quad x_1 + x_2 - x_3 \ge 8 \\
&\quad x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

1) Determinare, se esiste, una soluzione ammissibile di base per il problema P_1
2) Determinare, se esiste, una soluzione ottima di base per il problema P_1
3) Determinare, se esiste, una soluzione ottima non di base per il problema P_1
4) Modificare il problema P_1 aggiungendo un vincolo tale da soddisfare contemporaneamente i seguenti due requisiti:
    4.1) rendere non ammissibile l'eventuale soluzione determinata al punto 2)
    4.2) mantenere ammissibile l'eventuale soluzione determinata al punto 1)

Si identifichi con P_2 il nuovo problema ottenuto al punto 4). Utilizzare quindi opportunamente il simplesso duale a partire dal tableau ottimo ottenuto al punto 2) per il problema P_1 al fine di ottenere una soluzione ottima di base per il problema P_2.

Scrivere il duale del problema P_1 ed identificarlo con P_3.

A partire dall'analisi del tableau ottenuto al punto 2), utilizzare la teoria della complementarità per determinare un'eventuale soluzione ottima per il problema P_3 e verificare la tesi del teorema di dualità forte.

Esercizio 2 (10 punti)

Si consideri la seguente funzione:

$$y(x) = \begin{cases} x, \quad per \quad x < 1 \\ ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, \quad per \quad 1 \le x \le 2 \\ -2x^2 + 8x - 6, \quad per \quad x > 2 \end{cases}$$

Si vogliono determinare a, b, c, d ed e affinché la funzione y sia, per ogni x, continua e con derivata prima continua. L'obiettivo sia quello di minimizzare $|a|$.

Scrivere un modello di *PL* adatto allo scopo.